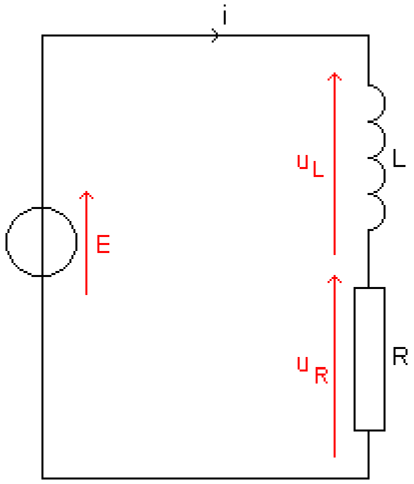
Dipôle RL

I. Etablissement du courant

1) Schéma du circuit.



2) Equation différentielle.

Relation fondamentale sur la bobine :

$$U_L = L\frac{di}{dt} + ri$$

Loi d'additivité des tensions :

$$U_G = U_R + U_L$$

$$E = R'i + L\frac{di}{dt} + ri$$

On remplace dans l'équation :

$E = L\dfrac{di}{dt} + Ri$ avec R=R'+r

$$\frac{E}{L} = \frac{di}{dt} + \frac{1}{L}Ri$$

3) Solution de l'équation différentielle.

L'équation différentielle à l'établissement du courant admet comme solution :

$$i(t) = Ae^{\alpha t} + B$$

$$E - L\frac{d(Ae^{\alpha t} + B)}{dt} + (Ae^{\alpha t} + B)R = 0$$

$$\frac{E}{L} = A\alpha e^{\alpha t} + \frac{R}{L}(Ae^{\alpha t} + B)$$

$$\frac{E-R}{L}B = Ae^{\alpha t}(\alpha + \frac{R}{L})$$

$$\alpha = -\frac{R}{L}$$

$$B = \frac{E}{R}$$

$$i(t) = Ae^{\frac{-R}{L}t} + \frac{E}{R}$$

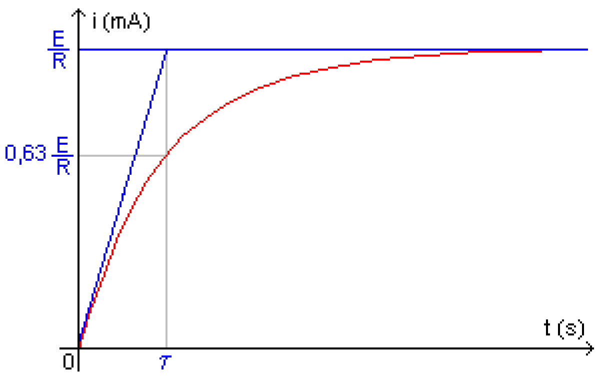
A t=0 on a i=0

$$A + \frac{E}{R} = 0$$

$$A = -\frac{E}{R}$$

$$i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{\frac{-R}{L}t})$$

4) Représentation graphique.



5) Temps caractéristique

A t=0

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

- Si $t = \tau$ on a $i(\tau) = \frac{E}{R}(1 - e^{-1}) = 0.63\frac{E}{R}$
- Si $t = 5\tau$ on a $i(5\tau) = 0.99\frac{E}{R}$

6) Aspect énergétique

Energie emmagasinée dans une bobine :

$$E_L = \frac{1}{2}Li^2$$

II. Rupture du courant

1) Equation différentielle de rupture du courant

Loi d'additivité des tensions :

$$U_R + U_L = 0$$

$$U_L = L\frac{di}{dt} + ri$$

$$U_R = R'i$$

On pose $R = r + R'$

L'équation devient :

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

2) Solution générale de l'équation différentielle

$$i(t) = Ae^{\alpha t} + B$$

$$L\frac{d(Ae^{\alpha t}+B)}{dt} + (Ae^{\alpha t}+B)R = 0$$
$$LA\alpha e^{\alpha t} + R(Ae^{\alpha t}+B) = 0$$
$$Ae^{\alpha t}(\alpha L + R) + RB = 0$$
$$Ae^{\alpha t}(\alpha + \frac{R}{L}) = \frac{-RB}{L}$$

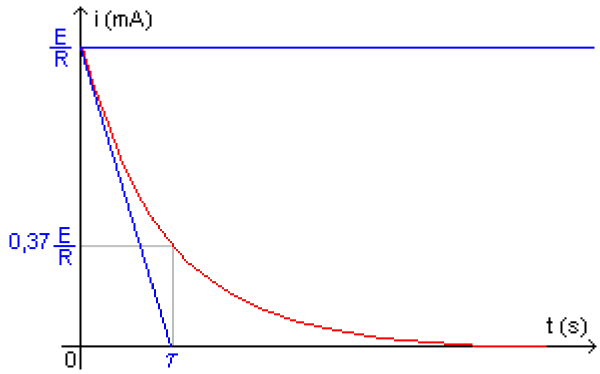
$$\alpha = -\frac{R}{L}$$
$$B = 0$$

A t=0, $i = I_0 = \frac{E}{R}$

$$i(0) = Ae^0 = A = \frac{E}{R}$$

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{\frac{-R}{L}t}$$

3) Représentation graphique



$$i(\tau) = \frac{E}{R}e^{-1}$$
$$i(\tau) = 0.37E$$

Fiche réalisée par Pierre-Yves Magnaldi et Nicolas Moro
Schémas provenant de www.web-sciences.com